

令和6年度

専攻科入学者選抜
学力検査問題

数 学

(配点)

	配点
①	20点
②	30点
③	20点
④	10点
⑤	20点

[注 意]

1. 問題は、指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は、1ページから5ページまでである。
検査開始の合図のあとで確かめること。
3. 答えは、すべて解答用紙に記入すること。

1 (基礎数学)

問1 連立方程式 $\begin{cases} x + y = 1 \\ x^3 + y^3 = 5 \end{cases}$ を解け。

問2 方程式 $\log(x - 1) + \log(x - 3) = \log(13 - x)$ を解け。

問3 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ であり $\sin \theta = -\frac{1}{3}$ のとき, $\sin 2\theta$ の値を求めよ。

問4 3点 $(1, 1), (2, 4), (5, 3)$ を通る円の中心の座標と半径を求めよ。

2 (微分・積分)

問1 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 3x}{x^2 + 2x}$ を求めよ。

問2 関数 $y = 3x^4 - 6x^2$ の極小値, およびそのときの x の値を求めよ。

問3 関数 $y = \frac{x+1}{\sqrt{x}}$ の変曲点を求めよ。

問4 不定積分 $\int \frac{(\log x)^2}{x} dx$ を求めよ。

問5 定積分 $\int_0^1 x^3 e^x dx$ の値を求めよ。

問6 媒介変数表示された曲線 $x = \cos^3 t, y = \sin^3 t$ ($0 \leq t \leq 2\pi$) の長さを求めよ。

3 (線形代数)

問1 2つのベクトル $a = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -\sqrt{3}-1 \\ \sqrt{3}-1 \end{pmatrix}$ のなす角 θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) を求めよ。

問2 座標空間の点 $A(1, 2, 1)$, $B(-1, 0, 3)$, $C(-2, 4, 1)$ に対して, 四角形 $ABCD$ が平行四辺形となるように, 点 D の座標を定めよ。

問3 次の行列式の値を a を用いて表せ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a+1 & a-1 & a & 1 \\ a-1 & a & a+1 & 1 \\ a & a+1 & a-1 & 1 \end{vmatrix}$$

問4 次の正方行列 A の固有値 λ , および, その固有値に対する固有ベクトル x を求めよ。

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

4 (微分方程式)

問1 微分方程式 $xy' = (2x^2 + 1)y$ の初期条件 $y(1) = 1$ の下での解を求めよ。

問2 微分方程式 $y'' - 2y' + y = 2e^x$ の一般解を求めよ。

5 (偏微分・重積分)

問1 関数 $z = xye^{\frac{y}{x}}$ に対し, $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ を求めよ。

問2 関数 $z = x^2 - 2xy + 2y^2 - 4x + 6y$ の極値を求めよ。また, 極値をとる点の座標も求めよ。解答の際, 極値が極大値・極小値のいずれであるかも明記すること。

問3 領域 $D = \{(x, y) \mid x \leq y \leq 2x \leq 2\}$ における次の重積分の値を求めよ。

$$\iint_D x \, dx dy$$

問4 領域 $D = \{(x, y) \mid 0 \leq y \leq \sqrt{3}x, x^2 + y^2 \leq 1\}$ における次の重積分の値を求めよ。

$$\iint_D y \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy$$