

令和5年度

専攻科入学者選抜
学力検査問題

数 学

(配点)

	配点
1	20点
2	30点
3	20点
4	10点
5	20点

[注 意]

1. 問題は、指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は、1ページから2ページまでである。
検査開始の合図のあとで確かめること。
3. 答えは、すべて解答用紙に記入すること。

1 (基礎数学)

問1 次の連立不等式を解け。

$$\begin{cases} x^2 + 3x - 18 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$$

問2 放物線 $y = x^2 - 2x$ と直線 $y = x + k$ が接するように k の値を定め、そのときの接点の座標を求めよ。
(解答欄には k の値と接点の座標の両方を書くこと。)

問3 方程式 $\cos 2x + \cos x = 0$ を $0 \leq x < 2\pi$ の範囲で解け。

問4 座標平面上の2点 $A(-2, 0)$ と $B(4, 0)$ に対して、 $AP : BP = 1 : 2$ を満たす点 P の軌跡は円になる。その円の半径と中心の座標を求めよ。

2 (微分・積分)

問1 次の級数の和を求めよ。

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1} + 3^{n-1}}{6^{n-1}}$$

問2 関数 $y = x^2 e^x$ の極大値を求めよ。

問3 2以上の任意の自然数 n に対して、 $y = x \log x$ の第 n 次導関数を n を用いて表せ。

問4 不定積分 $\int x^2 \sin 4x \, dx$ を求めよ。

問5 定積分 $\int_0^1 \frac{x^3}{(x^4 + 1)^3} \, dx$ を求めよ。

問6 媒介変数表示 $x = \cos^2 t$, $y = \sin t$ で表される曲線の $t = \frac{\pi}{6}$ に対応する点における接線の方程式を求めよ。

3 (線形代数)

問1 2つのベクトル \mathbf{a}, \mathbf{b} が $|\mathbf{a}| = \sqrt{3}, |\mathbf{b}| = \sqrt{13}, |\mathbf{a} - 2\mathbf{b}| = 8$ を満たすとき、内積 $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ の値を求めよ。

問2 点 $A(3, 1, 2)$ から平面 α へ下ろした垂線 ℓ と平面 α との交点が点 $B(2, -1, 5)$ であるとき、平面 α の方程式を求めよ。

問3 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & -2 & 4 & -8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

問4 行列 $A = \begin{pmatrix} 2 & -9 & 5 \\ -3 & 4 & -3 \\ -7 & 15 & -10 \end{pmatrix}$ の固有値を $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$) とする。 λ_1 に属する固有ベクトルで第1成分が1であるものを求めよ。

4 (微分方程式)

問1 微分方程式 $2x^2y' + y^2 = 0$ の初期条件 $y(1) = 1$ のもとでの解を求めよ。

問2 微分方程式 $y'' + 2y' + y = 4e^x$ の一般解を求めよ。

5 (偏微分・重積分)

問1 関数 $z = \frac{2x+y}{x-3y}$ に対して $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ を求めよ。

問2 関数 $z = 3xy - x^3 - y^3$ の極値を求めよ。また、極値をとる点の座標を答えよ。

問3 次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D x \, dx dy \quad D: x \geq 0, y \geq 0, 2x + 3y \leq 3$$

問4 次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \, dx dy \quad D: x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0$$