

令和4年度

専攻科入学者選抜
学力検査問題

数 学

(配点)

	配点
1	20点
2	30点
3	20点
4	10点
5	20点

[注 意]

1. 問題は、指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は、1ページから2ページまでである。
検査開始の合図のあとで確かめること。
3. 答えは、すべて解答用紙に記入すること。

1 (基礎数学)

問1 $a^2 + 3ab - 2ac - 4b^2 + 2bc$ を因数分解せよ。

問2 すべての実数 x について、 $x^2 + 2(a-1)x + 4 > 0$ が成り立つように定数 a の値の範囲を求めよ。

問3 方程式 $3^{2x+1} - 26 \cdot 3^x - 9 = 0$ を解け。

問4 $\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ で $\cos \theta = -\frac{5}{7}$ のとき、 $\cos \frac{\theta}{2}$ の値を求めよ。

2 (微分・積分)

問1 極限值 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^x$ を求めよ。

問2 曲線 $y = (x+1)e^{-x}$ の変曲点を求めよ。

問3 媒介変数表示された曲線 $x = \cos t$, $y = \cos 2t$ の $t = \frac{\pi}{3}$ に対応する点における接線の方程式を求めよ。

問4 曲線 $y = x^3 - 3x + 2$ と x 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。

問5 不定積分 $\int \frac{dx}{\sin x}$ を求めよ。

問6 極方程式 $r = 1 + \cos \theta$ ($0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$) で表された曲線の長さを求めよ。

3 (線形代数)

問1 ベクトル \vec{a}, \vec{b} の大きさが $|\vec{a}| = 3\sqrt{2}, |\vec{b}| = 4$ であり、かつ内積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$ であるとき、ベクトル $\vec{a} - \vec{b}$ の大きさを求めよ。

問2 点 $A(1, -2, 5)$ から平面 $\alpha: 2x - y + 3z - 5 = 0$ に下ろした垂線 l と、平面 α との交点の座標を求めよ。

問3 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 2 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 5 & 5 \\ -1 & 0 & -3 & -2 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$$

問4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ の固有値の中で最大の値のものに属する長さ 1 の固有ベクトルを求めよ。

4 (微分方程式)

問1 微分方程式 $2\sqrt{xy}' + y^2 = 0$ を初期条件 $x = 0, y = 1$ のもとで解け。

問2 微分方程式 $y'' - 2y' + 2y = 4x - 10$ の一般解を求めよ。

5 (偏微分・重積分)

問1 $z = \tan^{-1} \frac{x-y}{x+y}$ について、 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ を求めよ。

問2 $x^2 + y^2 = 16$ のとき、関数 $z = x + \sqrt{3}y$ が極値をとる点の座標を求めよ。

問3 次の累次積分の値を求めよ。

$$\int_0^1 \left(\int_0^x \sqrt{x+3y} dy \right) dx$$

問4 次の 2 重積分の値を求めよ。

$$\iint_D xy^2 dx dy \quad D: x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$$