

2020年度

専攻科入学者選抜試験
学力検査問題

数 学

(配点)

	配点
①	20点
②	30点
③	20点
④	10点
⑤	20点

[注 意]

1. 問題は、指示があるまで開かないこと。
2. 問題用紙は、1ページから2ページまでである。
検査開始の合図のあとで確かめること。
3. 答えは、すべて解答用紙に記入すること。

1 (基礎数学)

問1 3次方程式 $2x(x^2 - 3) = (x + 3)^2$ を解け。

問2 方程式 $\sqrt{9 - 2x - x^2} = 2(1 + x)$ を解け。

問3 $\sin 75^\circ - \cos 75^\circ$ の値を求めよ。

問4 点 (x, y) が, 連立不等式

$$x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + 2y \leq 11, \quad 3x + y \leq 13$$

を満たす領域の点であるとき, $x + y$ の最大値を求めよ。

2 (微分・積分)

問1 極限值 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 2x - 1}{x^2}$ を求めよ。

問2 関数 $y = \tan^{-1}\left(\frac{1}{x}\right)$ の第2次導関数を求めよ。

問3 関数 $y = x + \frac{1}{x}$ の極小値を求めよ。

問4 不定積分 $\int \frac{dx}{x^2(x-1)}$ を求めよ。

問5 定積分 $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 \sin^5 x \, dx$ を求めよ。

問6 媒介変数表示された曲線 $x = t + \frac{1}{t}$, $y = t - \frac{1}{t}$ ($1 \leq t \leq 2$) と直線 $x = \frac{5}{2}$, および x 軸で囲まれた図形を x 軸のまわりに回転させてできる回転体の体積を求めよ。

3 (線形代数)

問1 $|\vec{a}| = \sqrt{5}$, $|\vec{b}| = 3$, $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{31}$ のとき, 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ の値を求めよ。

問2 2点 $A(2, -3, 5)$, $B(1, 1, -1)$ を通る直線の方程式を求めよ。

問3 次の行列式の値を求めよ。

$$\begin{vmatrix} 20 & 19 & 6 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 10 & 11 & 12 & 5 \\ 9 & 8 & 7 & 6 \end{vmatrix}$$

問4 行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ の整数の固有値に対する固有ベクトルで第1成分が1であるものを求めよ。

4 (微分方程式)

問1 微分方程式 $(1+x^2)y' = y$ の初期条件 $y(0) = 2$ の下での解を $y = f(x)$ の形で求めよ。

問2 微分方程式 $y'' + 3y' = \sin x$ の一般解を求めよ。

5 (偏微分・重積分)

問1 曲面 $z = 2x^2y + 1$ 上の点 $(-1, 2, 5)$ における接平面の方程式を $z = f(x, y)$ の形で求めよ。

問2 関数 $z = x^2 - 3y^2 + 2y^3$ の極値を求めよ。

問3 次の累次積分の値を求めよ。

$$\int_0^2 \left(\int_{\frac{y}{2}}^1 e^{x^2} dx \right) dy$$

問4 次の2重積分の値を求めよ。

$$\iint_D x \, dx dy \quad D: 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9, x \geq 0$$